Categoría seccional débil.

October 25, 2010

Dada una fibración $p: E \to B$, la categoría seccional secat (p) se define como el menor entero k tal que B admite un recubrimiento formado por k+1 abiertos, en los que en cada uno p admite una sección. Consiste en una variante de la categoría de Lusternik-Schnirelmann (categoría L-S) y también una generalización, puesto que secat (p) = cat(B) cuando E es contráctil.

La noción de categoría seccional fue introducida por A. Schwarz [5] en la década de los 60 con el nombre de *género* (posteriormente fue renombrado por I.M. James [4]). Se trata de una herramienta muy útil no sólo en cuestiones concernientes a la clasificación de fibrados, el problema de embebimiento [5] o la complejidad del problema de búsqueda de raíces para ecuaciones algebraicas [6], sino también, más recientemente, en el estudio de la planificación de movimientos en robótica [2], [3].

Como ocurre con la categoría L-S, la categoría seccional es un invariante difícil de calcular por lo que sería deseable encontrar nuevos invariantes que lo aproximen. Nuestro objetivo en esta charla es el de presentar un nuevo invariante, cota inferior de la categoría seccional, que hemos denominado categoría seccional débil, y que es un análogo de una de las aproximaciones más exitosas de la categoría L-S, la denominada categoría débil en el sentido de Berstein-Hilton [1].

References

- I. Berstein and P.J. Hilton. Category and generalized Hopf invariants. *Illinois J. Math.* 4 (1960), 437-451
- [2] M. Farber. Topological complexity of motion planning. *Discrete Comput. Geom.* 29 (2003), 211-221
- [3] M. Farber. Instabilities of robot motion. Topology Appl. 140 (2004), 245-266
- [4] I.M. James. On category in the sense of Lusternik-Schnirelmann. *Topology* 17 (1978), 331-348
- [5] A. Schwarz. The genus of a fiber space, A.M.S. Transl. 55(1966), 49-140.
- [6] S. Smale. On the topology of algorithms I. J. Complexity 3 (1987), 81-89.