

Campos de Jacobi y rango osculador del operador de Jacobi en algunas clases especiales de espacios homogéneos Riemannianos

por

Antonio Martínez Naveira

La Geometría de los espacios simétricos Riemannianos es más rica que la de los espacios homogéneos Riemannianos. Sin embargo, existe una amplia bibliografía sobre clases especiales de variedades de Riemann homogéneas, las cuales heredan muchas propiedades típicas de los espacios simétricos. Los espacios homogéneos normales, los naturalmente reductivos y los g. o. espacios (que preservan el volumen) son algunos ejemplos interesantes de estas clases de espacios para los cuales, en particular, la ecuación de Jacobi puede ser escrita como una ecuación diferencial con coeficientes constantes y su operador de Jacobi tiene rango osculador constante.

Los espacios simétricos compactos de rango uno figuran entre las limitadas variedades conocidas que admiten métricas con curvatura seccional positiva. En efecto, existen sólo tres espacios homogéneos normales no simétricos y simplemente conexos con curvatura positiva: $V_1 = Sp(2)/SU(2)$, $V_2 = SU(5)/Sp(2) \times S^1$, dados por Berger y $V_3 = (SU(3) \times SO(3))/U^\bullet(2)$ descubierta por Wilking. Aquí, se demuestran algunas propiedades geométricas de todos estos espacios, las cuales están relacionadas con la existencia de campos de Jacobi isotrópicos. En algunos casos se determina el rango osculador de su operador de Jacobi. Ello da diferentes formas de “medir” cuanto se desvían estas variedades de los espacios simétricos.