

Conferencia Inaugural do XIV Congreso de ENCIGA

Asociación de Ensinantes de Ciencias de Galicia

Chantada (Lugo), 22 de novembro de 2001

A MATEMÁTICA, CIENCIA DO SÉCULO XXI

Enrique Macias Virgós
Facultade de Matemáticas, USC

*[En memoria de Luis Santaló, insigne xeómetra, falecido hoxe,
22 de novembro de 2001]*

Introducción

Ilmas. autoridades, queridos compañeiros e compañeiras:

En primeiro lugar quérovos felicitar por estes Congresos de ENCIGA, e agradecervos a vosa invitación para impartir esta conferencia inaugural.

Aceitei a invitación con moito gusto, non porque eu crea que vos poda contar nada que non sepades xa, senon porque, como acaban de decir Paulino e Felipe, a Facultade de Matemáticas sempre tivo unha relación especialmente forte coa vosa sociedade, e entendín que ésta era unha oportunidade máis para traballarmos xuntos, e para reflexionar xuntos sobre a nosa profesión de ensinantes e de científicos.

Como xa sabedes, despois de sete anos deixarei de ser Decano esta mesma semán, así que esta conferencia vai ser o meu último acto como Decano da Facultade de Matemáticas, o que fai que para mín sexa un momento aínda máis especial. O novo equipo decanal vai estar dirixido por Juan M. Viaño, a quen teredes mañán aquí falando no Congreso sobre o IMAT, e estou seguro de que continuará esta estreita relación con ENCIGA da que falabamos.

A Matemática, ciencia do século XXI

Ben, pois como os organizadores me deixaron liberdade absoluta para elixir o tema desta conferencia, pensei que tiña dúas opcións:

a primeira podía ser contar algo do que estou a facer últimamente como investigación, digamos cousas coma

- “Categoría tanxencial de Lusternik-Schnirelmann en variedades foliadas”, ou - “Teoría de grupos difeolóxicos”, ou mesmo “Foliacións de Lie unimodulares”,

é dicir calquera tema especializado no que me poidera sentir seguro, eso sí, co risco de conseguir que todos vós durmirades unha merecida siesta mentras eu escribía aquí teorema tras teorema...

Resumo da conferencia

A segunda opción, que é a que vou escoller, é falar das Matemáticas en xeral: qué son, para qué serven, cal é o seu lugar no contexto científico, como vai ser o seu futuro, desaparecerán ou non desaparecerán...

Esta opción evidentemente é moito máis difícil para mín, porque fixádevos que son tres mil anos de historia; que no mundo pode haber un millón de matemáticos e matemáticas (vivos; imaxinádevos cántos mortos...); que habería que ler as máis de 1.500 revistas de Matemáticas que se publican no mundo; e que cada ano aparecen probablemente 80.000 teoremas novos...eso sí, dos que se farán famosos dous ou tres.

Para mín sería imposible ter tempo nen capacidade para asimilar todo esto; e sabendo, ademáis, que calquera de vós faríao moito mellor e contaría cousas moito máis interesantes. Pero vouno polo menos intentar, aínda que sexa dun xeito bastante informal e sen pretender chegar a ningunha conclusión definitiva.

Polo menos, para que, agora que estamos entre científicos, esa reflexión sirva para romper con varias ideas moi estendidas entre os que non saben Matemáticas:

- a primeira, a idea de que as Matemáticas están *rotas e divididas* entre

a) as Matemáticas que facemos os matemáticos (eses tolos), é dicir as que non serven para nada; e

b) as Matemáticas que practican os enxeñeiros, os economistas, os psicólogos, os informáticos, é dicir, as matemáticas útiles, as matemáticas atractivas, que por suposto non se poden deixar nas mans dos matemáticos;

- en segundo lugar, quero romper coa idea dunhas Matemáticas *abstractas e formais*, máis ben relacionadas coa filosofía, ou co latín, ou as sectas esotéricas; unhas Matemáticas reducidas a un nicho ecolóxico marxinal no mundo do coñecemento científico e da educación; unhas Matemáticas sen interese para os grandes depredadores, digamos reducidas a un papel de parásito, eso sí, un parásito venerable;

- e por último, romper coa idea dunhas matemáticas *mortas*, ou, aínda peor, *fosilizadas*, unhas Matemáticas feitas polos gregos há unha morea de anos, sen nengunha conexión coas necesidades da sociedade actual, a sociedade das telecomunicacións, da globalización, da informática, e da biotecnoloxía.

En resumo, a intención da miña conferencia xa está resumida no título: cando digo “A Matemática, ciencia do século XXI”, quero decir:

- primeiro, que a Matemática é UNHA, non varias; que non hai Matemática Pura e Matemática Aplicada vivindo por separado;
- segundo, que a Matemática é unha CIENCIA, non un exercicio de metafísica, nen unha secta;
- e terceiro, que a Matemática é unha ciencia DO SÉCULO XXI, non un subproduto da cultura da Grecia clásica.

(como sabedes, os gregos eran moi listos, pero non tiñan teléfonos móbiles nen Internet, e polo tanto a súa civilización extinguiuse, como tantas outras....).

1.- A Matemática é unha

Cando falamos da unidade das Matemáticas, podémolo pensar en varios sentidos. Primeiro, é evidente que hai unha *unidade histórica*.

O número de ouro

Pensade por exemplo no Partenón, no templo dórico da Acrópolis de Atenas; como sabedes, a súa fachada foi construída seguindo as proporcións da razón áurea (o chamado número de ouro).

para os que non o lembredes, este número é $(1 + \sqrt{5})/2$, e aparece cando comparamos o lado dun pentágono coa súa diagonal, ou cando dividimos un segmento en dúas partes, de xeito que a proporción entre elas sexa a mesma que a proporción entre unha delas e o total.

Pois ben, as razóns estéticas que levaron ós arquitectos do Partenón (Ictinos de Mileto e Calícrates), a construílo así *no século V antes de Cristo*, son as mesmas polas que o famosísimo arquitecto Le Corbusier, que era un enamorado das formas xeométricas simples, presentou *en 1947* o seu sistema de medida MODULOR, que aplicou no deseño de casas, e que está baseado na mesma proporción áurea, que para él era a do corpo humano.

E son as mesmas razóns estéticas e de deseño, pero probablemente con peores intencións, polas que caseque todas as caixetiñas de tabaco están feitas gardando as mesmas proporcións.

Fixádevos no fío histórico e a relación entre a investigación básica e as aplicacións: unha multinacional do noso século utilizando os *Elementos de Euclides*, que é onde aparecen as propiedades esenciais do número de ouro...

(e que, por certo, eran os seus apuntes na Universidade (o Museo) de Alexandría, no século III antes de Cristo)

As ideas arquetípicas

As razóns científicas polas que esta proporción é esteticamente atractiva para o cerebro humano continúan a ser estudias polos psicólogos.

E hai mesmo unha teoría pseudo-científica moi curiosa, que inclúe a razón áurea entre as chamadas *ideas arquetípicas*, que virían sendo modelos e formas ideais que predeterminan todos os procesos mentais e físicos, no mesmo nivel primitivo no que estarían tamén os números naturais na aritmética ou a noción de continuo en xeometría.

A mín isto paréceme demasiado filosófico, e probablemente non é máis ca unha versión moderna das ideas de Platón, pero fixádevos que esta teoría das ideas arquetípicas é nada menos que de Wolfgang Pauli, o premio Nobel de Física, o especialista en mecánica

cuántica, que a formulou en 1955 en colaboración con C. G. Jung, un dos fundadores da psico-análise.

En fin, non vamos seguir por este camiño, porque xustamente levaríanos ós terreos da psicoloxía, da filosofía, e da epistemoloxía, que son moi respetables pero fora das miñas competencias; ou mesmo ós terrenos, que xa non son tan respetabeis, das matemáticas triviais, ou da psico-análise (exemplo para moitos dunha teoría non-científica).

A historia das matemáticas

Pero volvamos entón ó camiño que nos tiñamos marcado. Estábamos a falar da unidade histórica das matemáticas, ou mellor da evolución das matemáticas ó longo da historia.

Como sabedes, o fío das ideas matemáticas nunca se rompeu, e hai unha continúa transmisión de coñecementos que comeza nos babilonios, pasa ós gregos (dende 450AC ata polo menos 200DC), consérvase nos países islámicos (especialmente Siria, Irán, e India, pero tamén Al-Andalus), e regresa á Europa na Idade Media, no século XI. E xa dende o renacemento, nos séculos XV e XVI, ata os nosos días, hai unha efervescencia matemática ininterrompida (esta sí que é unha verdadeira tea de araña virtual) de transmisión de coñecementos dende Alexandría a Gotinga, a Moscú, a París, a Princeton, por citar algúns dos focos esenciais da actividade matemática no século XX.

Os grandes descubrimentos

Vou citar só algúns dos grandes descubrimentos matemáticos nos últimos quinientos anos.

- Temos un comezo ben modesto, que é a resolución das ecuacións de grado tres e catro no *século XVI* por Cardano e Tartaglia, e o impulso que isto lle deu á Alxebra;

- no *século XVII* temos a invención dos logaritmos por Napier, e o nacemento da xeometría analítica coa introducción das coordenadas cartesianas por Descartes;
- no *século XVIII*, tras a invención do cálculo diferencial e integral por Newton e Leibniz, xurde todo o desenvolvemento da Análise matemática, con Euler e Lagrange;
- no *século XIX* temos: as series de Fourier, as xeometrías non-euclidianas, toda a xeometría diferencial con Gauss e Riemann; e a noción de grupo con Galois, ou a teoría de funcións de variable complexa con Cauchy;
- na volta do *século XX* temos os sistemas dinámicos de Poincaré, e as nocións de inestabilidade e caos; as matrices e a álgebra linear de Cayley e Hamilton; ou todos os traballos de Cantor sobre a noción de infinito e a teoría de conxuntos;
- e, no mesmo século XX, temos os resultados de Gödel sobre os *fundamentos lóxicos* da matemática e a hipótese do continuo; o desenvolvemento da *análise funcional* por Hilbert e por Banach; o comezo da *estatística* por Fisher; o desenvolvemento da *topoloxía* por Hausdorff, da topoloxía alxébrica por Hopf; a invención dos *computadores* por Turing e Von Neumann; a recente demostración impresionante do último teorema de Fermat, por Andrew Wiles; ou o pulo da *teoría de números*, da teoría de curvas elípticas, das formas modulares, debido ó seu interese nas novas técnicas de criptografía (RSA is a public-key cryptosystem defined by Rivest, Shamir, and Adleman).

Os teoremas que teñen nome

Fixádevos que ésta é unha descripción ben pobre e simplista, e que deixo sen citar moitos, moitos nomes coñecidos; nomes que os matemáticos veneramos dun xeito especial bautizando algúns teoremas, como outros pónenlle nomes ás estrelas.

As nosas constelacións chámanse Thales, Pitágoras, Euclides, Al-Kwarizmi, Fibonacci, Vieta, Pascal, Bernoulli, Laplace, Weierstrass, Dedekind, Lie, Lebesgue, Noether, Kolmogorov...

2.- A Matemática é unha Ciencia

O que me gustaría destacar agora é que todos eses grandes descubrimentos da Matemática sempre estiveron vencellados ós avances científicos da súa época.

Os grandes descubrimentos científicos

Se seguimos as grandes liñas de tempo que vos acabo de presentar, veredes que van paralelas ós grandes desafíos científicos:

- ☐ ós traballos de Copérnico e Galileo, e ós avances da Astronomía, dende o século XVI;
- ☐ ós problemas de navegación e de cálculo da lonxitude xeográfica, e o desenvolvemento da cartografía no XVII;
- ☐ a teoría da gravitación universal e a mecánica celeste no XVIII;
- ☐ a ecuación da calor, o electro-magnetismo, a mecánica estatística e toda a física teórica no XIX;
- ☐ e no XX, a relatividade e a mecánica cuántica; e agora mesmo a arquitectura de computadores e a informática.

Tres grandes figuras

En realidade, cando falamos de matemáticos falamos de científicos. Pensemos, por exemplo, nos tres grandes matemáticos da historia, é decir Arquímedes, Newton e Gauss.

Arquímedes (Siracusa, Sicilia, 287AC-212AC) ensinounos cómo calcular o número pi, o volume dunha esfera, ou o centro de gravidade dalgunhas figuras planas (utilizando uns rudimentos do cálculo integral);

pero tamén estudiou e inventou palancas e poleas, estableceu o seu famoso principio de hidrostática, e mesmo desñou algunhas máquinas de guerra contra os románs, durante as guerras púnicas.

Isaac Newton (Inglaterra, 1643-1727), co seu método de flexións (derivadas) e fluxións (integrais) calculou áreas, máximos e mínimos de funcións, e lonxitudes de curvas;

pero deixounos tamén os seus traballos de óptica sobre a luz e as cores; e a súa teoría da gravitación universal, que explicou moitos fenómenos astronómicos coñecidos só de forma empírica ata ese momento;

e finalmente K.F. Gauss (Prusia, 1777-1855), que é para nós unha figura inmensa na teoría de números, na xeometría diferencial de superficies, no cálculo de probabilidades (coa su famosa curva normal e o método dos mínimos cadrados), sen esquecer que foi o director da tese de doutoramento de Cantor, de Dedekind e de Riemann;

pero Gauss é coñecido tamén polos seus traballos en astronomía, e deu métodos para calcular órbitas; dirixiu traballos de triangulación xeodésica, formulou a teoría do potencial, traballou en magnetismo (foi el quen demostrou que o campo magnético terrestre só ten dous polos); e mesmo puxo en marcha un rudimentario telégrafo.

Físicos, enxeñeiros ou matemáticos

Dirédesme, que esas tres persoas que acabo de citar son casos extraordinarios e especiais, que non son representativos... Pero eu quérovos convencer desa conexión íntima entre matemáticas e ciencia: así que fagamos un experimento:

Hoxe é 22 *de novembro*; busquemos entón algún matemático famoso vencellado con esta data (data que por suposto foi pactada cuidadosamente cos organizadores). Falemos por exemplo de Garrett Birkhoff (Princeton, USA, 1911-1996), matemático de Harvard que morreu o 22 de novembro de 1996, hai exactamente cinco anos.

Moitos dos que estades aquí teredes estudiado o que se chamaba “Álgebra Moderna” no coñecidísimo libro de Birkhoff-MacLane (a edición orixinal é de 1941). É este Birkhoff. Pois ben, Birkhoff comezou estudando *teoría de grupos* e álgebra abstracta, pero definíase a sí mesmo coma un enxeñeiro matemático, e de feito traballou durante a segunda guerra mundial con Von Neumann no cálculo de distancias a partir dos ecos da *sinál dun RADAR*, e estudou as ondas de choque producidas na auga por cargas de profundidade; e despois foi contratado pola Westinghouse para desenrolar métodos computacionais de álgebra linear numérica; mais tarde en Harvard traballou en *codificación e criptografía*.

Velaiquí un exemplo nidio doutro matemático que non entendería a diferenza tan estricte que ás veces facemos entre Matemática Pura e Matemática aplicada.

Pero repitamos o noso experimento do 22 *de novembro*.

Ese mesmo día, pero do ano 1804, ingresou na Escola Politécnica de París Jacques Philippe Marie Binet, que sería despois o editor da “Mecánica Analítica” de Lagrange, e publicaría un tratado sobre integrais eulerianas definidas, pero que é lembrado sobre todo por ser o descubridor da fórmula para calcular o produto de matrices.

Pois ben, se repasades a carreira de Binet, veredes que primeiro traballou no Ministerio francés de Pontes e Camiños; logo foi profesor de análise matemática e de xeometría descriptiva na Escola Politécnica, e máis tarde foi... Catedrático de Astronomía no Collège de France.

Non poño máis exemplos. Só aproveito esa data que citei, 1804, para lembravos que xusto cen anos despois, en 1904, recibíu o Premio Nobel o único matemático español que mereceu tal honra: Don José Echegaray, profesor de Matemáticas na Escola de Camiños de Madrid, e membro da Academia de Ciencias Exactas. Eso sí, déronlle o Premio Nobel de Literatura.

Premio Nobel para matemáticos

Vamos continuar falando un pouco do Premio Nobel.

É certo que nomes coma Lorentz, Planck, Einstein, Heisenberg, Schrödinger, Dirac ou Pauli, e máis recentemente Landau, Feynmann ou Chandrasekhar, gañaron o *Premio Nobel de Física*, todo o mundo considéralles físicos, e non lles vamos agora a discutir esa condición ós nosos colegas de Física.

Pero estamos a falar da *física matemática*, da física teórica; e ahí a fronteira entre un físico e un matemático é moi sutil, porque no outro lado do espello, nós tamén temos os nosos matemáticos-físicos, que cos seus resultados teóricos puxeron os fundamentos do traballo dos outros:

a derivada covariante e os símbolos de Christoffel, as conexións de Levi-Civita, a curvatura de Ricci, as matrices de Cayley, a teoría da medida de Riesz, a álgebra de operadores de Von Neumann... Nomes estes familiares a calquera estudante da nosa Facultade, e matemáticos sen nengunha dúbida.

Podemos tamén falar do *Premio Nobel de Economía*, e temos un exemplo extremo en John Nash, premiado en 1994 polo seu traballo de cincuenta anos atrás, cando era estudante de tese, sobre os fundamentos matemáticos da teoría de xogos.

Nash é un matemático sen nengunha dúbida, discípulo en Princeton de Lefschetz e compañeiro de Milnor (é dicir os máis coñecidos especialistas en topoloxía alxebrica), e candidato á medalla Fields en 1958 polos seus traballos en xeometría de Riemann (premio que finalmente non disfrutou debido a unha grave enfermidade mental, da que só se recuperou nos anos 90).

Nash non é o único matemático que acadou o Premio Nobel en Ciencias Económicas, e de feito compartiuno co alemán Reinhard Selten (1930-), que o obtivo tamén polas súas contribucións á teoría de xogos;

antes deles, o Premio, fóralle concedido en 1969 ó holandés Jan Tinbergen 1903-1994), que traballou como estadístico e profesor de economía, e desenrolou os primeiros modelos matemáticos en econometría;

e en 1975 concedéuselle ó ruso Leonid V. Kantorovich (1912-1986), polos seus traballos en programación matemática e técnicas de optimización. Kantorovich era un verdadeiro xenio, que publicou tamén traballos en moitas outras áreas da Matemática: análise funcional, variable complexa, topoloxía, ecuacións en derivadas parciais, e mesmo arquitectura de computadores.

Declaración do Parlamento de Galicia

Con todo isto estou tratando de demostrar unha conxectura, bastante coñecida, que dí: se non hai Premio Nobel de Matemáticas é porque, en realidade, todos os Premios Nobel son para as Matemáticas, porque as Matemáticas están na base de toda actividade humán, e son a nai de todas as Ciencias.

Lémbrovos a declaración do Parlamento de Galicia, con motivo do Ano Mundial das Matemáticas, que celebramos no 2000:

“1) As Matemáticas son unha das máximas expresións da intelixencia humana, un exemplo magnífico da beleza das creacións intelectuais e un dos eixos centrais da historia da cultura e das ideas;

2) Son unha ferramenta básica para a comprensión da sociedade na que vivimos, e resultan fundamentais no desenrolo e no progreso dos pobos, pola súa universalidade, as súas aplicacións nas outras Ciencias, da natureza, sociais, na Enxeñería, na tecnoloxía, e polo seu impacto nas distintas ramas do saber e da actividade humana;

3) Desempeñan un papel fundamental no sistema escolar, na aprendizaxe, e na formación da xuventude, e son un símbolo da cooperación entre as nacións pola súa linguaxe e valores universais.”

Xa vedes que as Matemáticas merecen gañar todos os Premios Nobel, mesmo o Premio Nobel da Paz.

A Matemática é unha Ciencia do século XXI

Agora vamos pensar en por qué digo que a Matemática é unha ciencia do século XXI.

As raíces da ciencia do século XXI

Estaredes dacordo en que as dúas grandes teorías científicas do século XX foron a *mecánica cuántica* e a *teoría da relatividade*. Esas teorías deron un pulo enorme ó desenrolo científico, e tamén á matemática. Se agora estudiamos na Facultade xeometría de Riemann e espazos fibrados, se estudiamos análise funcional e grupos de Lie é para darlles fundamento teórico a esas dúas revolucións das ideas.

Pero en realidade unha e outra foron publicadas moi cedo:

a fórmula de radiación de Plank é de 1900, e recibiu o Premio Nobel en 1918; a tese de doutoramento de Paul Dirac sobre mecánica cuántica é de 1926, e recibiu o Premio Nobel no 1933; o artigo de Albert Einstein sobre o efecto fotoeléctrico, polo que recibiu o Nobel en 1922, é de 1905, e a súa versión definitiva da teoría da relatividade xeneral é de 1915. Por certo, os dous grandes matemáticos desa época, Hilbert e Poincaré, chegaron practicamente ós mesmos resultados e na mesma época que Einstein.

Por iso, en certa medida, eso que chamábamos século XX acabou coa Segunda Guerra mundial, co proxecto Manhattan, e coas bombas atómicas sobre Hiroshima e Nagasaki.

Despois da guerra

Para os que nacimos algo máis tarde, o seguinte grande proxecto científico do século XX foi a chamada carreira espacial, que comezou co lanzamento do Sputnik pola Unión Soviética nos anos 50

Se visitades a páxina web da NASA (Axencia Nacional do Espacio americana), veredes que ofrece traballo a todos nós: ademáis de pilotos, necesitan científicos (químicos,

xeólogos, meteorólogos, físicos); necesitan médicos, biólogos, psicólogos; piden enxeñeiros de todas as especialidades que vos podades imaxinar; e piden *matemáticos*; matemáticos puros, astrónomos e estadísticos, analistas de sistemas e especialistas en computación.

A mesma sensación de proxecto científico colectivo terédela na ESA, a Axencia espacial europea.

Por certo, xa que falamos da NASA, podémonos ir tamén a visitar á páxina web da NSA, a Axencia Nacional de Seguridade americana, unha das trece axencias federais de intelixencia, adicada a encriptar electrónicamente os datos do goberno norteamericano, e a romper os códigos das comunicacións dos demais.

Pois ben, a NSA emplea, na súa sede en Maryland, un número de persoas que, aínda que é secreto, ronda as 20.000 persoas, a metade civís e a outra metade militares. O dato que aquí nos interesa é que a NSA é a empresa na que traballa o maior número de matemáticos en todo USA, e probablemente de todo o mundo. Matemáticos adicados a deseñar todos os sistemas de cifrado que agora coñecemos en parte, e a buscar portas de entrada nos sistemas que os outros países utilizan.

E xa postos a falar destes aspectos das aplicacións científicas, non vos deixará de chamar a atención que o proxecto *MegaMathematics* (un excelente proxecto educativo para popularizar as Matemáticas entre os nenos, onde atoparedes información sobre fractais, ou sobre o famoso teorema das catro cores e a súa relación coa teoría de grafos), é un proxecto organizado dende o Laboratorio dos Alamos, o mesmo onde Fermi e o seu equipo prepararon a primeira bomba atómica.

Non podemos esquecer nunca, aínda que nos cause certo desasosego, que os avances científicos, e as Matemáticas non son unha excepción, son o froito das ilusións colectivas, dos grandes proxectos... pero tamén das grandes convulsións, dos grandes cambios, e isto inclúe por suposto a guerra; as guerras púnicas entre Roma e Cartago, a conquista de América; a Revolución francesa e a revolución soviética; ou a segunda guerra mundial.

O grupo Bourbaki

Pero estaba a falar das raíces matemáticas do século XXI, e aquí é obrigado falar de Nicolás Bourbaki.

Como ben sabedes, ése é o pseudónimo dun grupo de matemáticos, franceses na súa maioría, de primeirísima fila todos eles, que ó redor de 1930 comezaron a reunirse co propósito de escribir un tratado unificado de todas as Matemáticas do seu tempo, para ilustrar a estrutura axiomática das matemáticas modernas; e que tiveron unha enorme influencia na forma en que se fai a Matemática hoxendía.

Os seus libros (máis de 30 volumes) son extremadamente arduos, e realmente difíceis de ler polo seu formalismo extremo; pero son unha fonte inagotable de información, e tiveron a virtude de sistematizar todo un corpus de coñecemento que se tiña acumulado ata entón sen prestar atención á súa fundamentación rigorosa. Por poñervos un exemplo, toda a teoría da medida nun contexto moi xeral necesaria para o cálculo de probabilidades avanzado foi sistematizada por Bourbaki, e o mesmo podemos dicir doutras moitas áreas das Matemáticas.

No grupo fundador de Bourbaki estaban matemáticos de primeira categoría, como xa dixen: entre outros Jean Dieudonné, Henri Cartan, André Weil ou Charles Ehresmann.

Ehreshmann, por exemplo, foi un dos creadores da topoloxía diferencial, e o punto de vista que agora seguimos para estudar variedades diferenciabeis, espacios fibrados ou foliacións, tres temas da miña especialidade, débense a él.

Henri Cartan, que aínda vive (ten 96 anos) e a quen teño a honra de coñecer (e de quen gardo algunha carta), ademáis dun excelente pianista é unha das máximas figuras da topoloxía alxeбраica.

E Dieudonné, (con quen eu falei só nunha ocasión, sen que eso siñifique que él me coñecera!), e de quen todos os matemáticos lembramos con certo desasosiego o seu libro de Análise Matemática, tivo unha influencia enorme no grupo Bourbaki e unha vastísima cultura matemática, pois escribiu traballos que van dende a topoloxía ata a xeometría alxeбраica.

Por último André Weil (irmán de Simone Weil, a coñecida política), foi un grande especialista en xeometría alxebrica, e os seus traballos e conxeturas estiveron na base de moitos descubrimentos recentes, incluído os traballos de Yau ou Deligne, que foron Medallas Fields, ou a demostración por Andrew Wiles do último teorema de Fermat.

O grupo Bourbaki aínda existe, e organiza, un par de veces cada ano, un célebre Seminario na ENS Escola Nacional Superior de París, onde se expoñen os máis recentes avances en Matemática Pura. Os membros do grupo teñen ido cambiando cos anos, son máis ou menos secretos, deben abandonar o grupo despois de cumpridos os cincuenta anos, e agora chámanse a Asociación de amigos de Nicolás Bourbaki.

Un exemplo ben coñecido dun membro non fundador do grupo é Alexander Grothendieck, Medalla Fields no ano 1966 (con 38 anos), que primeiro traballou en análise funcional (na chamada teoría xeométrica de espazos de Banach), e logo entre o 56 e o 70 revolucionou completamente a álgebra homolóxica e a xeometría alxebrica, e foi un magnífico director do IHES, o Institut des Hautes Etudes Scientifiques de Paris. Pero en 1970, con 42 anos, retirouse completamente das Matemáticas e da vida pública, probablemente polas súas ideas pacifistas e a súa discrepancia coa guerra de Vietnam, e agora vive na rexión dos Pirineos.

Pois ben, o aspecto formal dos libros de Bourbaki, sobre todo debido ó estilo que impuxo Dieudonné, tivo como efecto colateral indesexado a trivialización das chamadas “Matemáticas modernas”, que todos sufrimos hai algúns anos.

Un movemento típico na historia das Matemáticas é a alternancia entre épocas de formalización e épocas de investigación máis aberta e imaxinativa; e eso é exactamente o que está a pasar neste momento.

Dende hai vinte anos comezamos a vivir unha efervescencia de ideas, relacionadas coa física, coa informática, coa biloxía molecular, e a fundamentación rigurosa aínda está por facer. Pero toda a actividade actual non sería posible sen os fundamentos que estableceu Bourbaki.

As medallas Fields

Eso lévame a falar un pouco das Medallas Fields. Dende 1950 (acordouse en 1932 e déronso no 36 as primeiras, pero por causa da guerra non se recomezou ata o 50), a Unión Matemática Internacional decidiu outorgar catro premios cada catro anos, equivalentes en importancia ó Nobel, co legado do canadiano John Charles Fields. Aínda que non estea escrito en ningures, as medallas outorganse a matemáticos que non teñan cumpridos os 40 anos, e dan unha excelente visión das matemáticas que se fixeron na segunda metade do século XX.

Aproveito esta ocasión para anunciarvos que a *Asamblea Xeral da IMU*, a que nomea o xurado para as medallas Fields, e que reúne a todas as sociedades matemáticas do mundo, reunirase aquí en Galicia en Agosto de 2006, no que será sen dúbida o acontecemento máis importante de toda a nosa historia matemática.

Pois ben, as últimas medallas Fields, outorgadas en Berlín en 1998, premiaron a

- Maxim Kontsevich, por ter resolto o vello problema da cuantización xeométrica, de máximo interese en física teórica, con técnicas de xeometría alxebraica e topoloxía alxebraica;
- a William Gowers, que resolveu dunha tacada unha morea de vellas conxeturas en análise funcional;
- a Richard Borcherds, tamén de Cambridge coma o anterior, por temas de interese para a física matemática (formas automórficas);
- a Curtis McMullen, de Harvard, polo seu traballo en topoloxía de baixa dimensión.

Se repasasemos a lista dos premiados en anos anteriores, veríamos unha larga lista de matemáticos que agora son de primeira fila:

dende J.P. Serre ata S. Smale, dende Milnor e Atiyah ata Novikov ou Thurston, ahí están os mellores alxebristas e xeómetras;

dende Donaldson, que descubriu insospeitados espazos de dimensión 4 ata Alain Connes, inventor da xeometría non conmutativa;

dende Yau e Jones ata Witten, que puxeron a base teórica do big-bang, da teoría de nudos ou das supercordas para a física de partículas;

aparecen René Thom, Faltings, Cohen, Lions, todas as especialidades que forman a Matemática actual, dende a lóxica ata o cálculo numérico e a resolución da ecuación de Navier-Stokes; dende a física teórica ata a teoría das catástrofes.

Eses son os nomes dos matemáticos que estudiaremos no século XXI, que xa estudiamos agora lendo os seus artigos, para que cun pouco de sorte consigamos velos nalgún Congreso...

¿Para qué servirán as súas matemáticas?

Deixademe, para contestar a esta pregunta, só lembrar a Claude Shannon, morto recentemente, matemático de M.I.T., o Instituto Tecnolóxico de Massachussets, e logo empregado pola ATT Bell Telephone durante moitos anos.

Shannon foi un dos pioneiros da intelixencia artificial, o inventor da palabra “bit”, e propuxo *en 1948* unha idea completamente nova: a idea de que se poderían transmitir dibuxos, palabras, e sonidos enviando por un cable unha corrente de ceros e uns...

Algo que agora nos parece tan obvio, mentras consultamos dende o noso ordenador calquera servidor no mundo. En 1948 era algo completamente novo.

Os grandes proxectos científicos

¿Cais serán os grandes proxectos científicos desta primeira metade do século XXI?

Sen dúbida Internet, a electrónica e as TIC, as tecnoloxías da información e a comunicación. Sen dúbida a computación, tal vez os ordenadores cuánticos. As bases foron postas por matemáticos como Turing, Von Neumann e Shannon hai cincuenta anos, cando nen sequera se tiña inventado o transistor.

Sen dúbida estudarase a estrutura do universo e da materia, a unificación das catro grandes forzas; contunará a exploración do espacio.. Dende Poincaré en 1900 ata Witten hoxe, os matemáticos traballan sen descanso nesa liña, codo con codo cos físicos.

Sen dúbida, e sobre todo, traballarase na xenética e na bioloxía molecular. Proxectos coma os do xenoma humano requirirán unha matemática completamente nova, e o esforzo de estadísticos, topólogos e alxebristas, para poñer as bases da bio-matemática e a bio-inform-ática, que xa están a nacer nestes momentos.

E ocorrerá o mesmo que está a ocorrer dende hai séculos. Que as matemáticas serán indispensabeis para levar adiante eses proxectos.

En 1940, Buckminster Fuller inventou a *cúpula xeodésica*, unha fermosa estrutura xeométrica para arquitectura, que agora estamos habituados a ver;

nos anos 70, Roger Penrose descubriu unha nova *teselación* do plano, que non respeitaba a clasificación clásica dos grupos cristalográficos;

en 1984 descubríase o *Carbono 60*, unha molécula con aspecto de balón de fútbol.

Tres cousas tan dispares, a cúpula xeodésica, esa teselación do plano, o Carbono 60; e non son máis que a mesma cousa, inventada polos matemáticos á espera de que alguén as necesite.

Enngadide agora a eso que a estrutura do Carbono 60 determínase a partir do seu espectro, e que o primeiro que imaxinou cómo reconstruír unha figura tridimensional a partir das súas proxeccións foi Johann Radon, entre 1920 e 1950, utilizando (na súa *transformada de Radon*) a integración de Lebesgue e Stieltjes... con vistas á aplicala á teoría de números!.

Volta ás mesmas ideas

Hai un fío que une xeneración tras xeneración ós científicos e os matemáticos. Eu explico na miña Facultade grupos de Lie, e ás veces recomendo un libro de Peter Olver sobre ecuacións diferenciais. Non sei nada de física. Teño unha vaga idea de que un electrón é unha representación do grupo unitario especial.

Pero cando consulto o “proxecto de xenealoxía en Matemáticas” (unha base de datos que garda quen é discípulo de cada quen), entón descubro;

que este Peter Olver foi discípulo de Garret Birkoff, do que falabamos antes, do alxebrista; e que Birkhoff foi discípulo de Fowler, en Cambridge;

e que Fowler tamén lle dirixiu a tese a Paul Dirac (e ademais era o xenro de Rutherford...)

e que, por certo, o director de tese de Fowler foi o capitán Hill, que traballaba nun sistema de espellos para derribar os zeppelin alemáns. ¿Con quen traballaba? Cun físico, Horacio Darwin, o fillo de Charles Darwin!

Resumo

Escribía hai algúns anos Leon H. Seitzman, un coñecido membro da SIAM, a Sociedade para as aplicacións industriais da Matemática:

“As Matemáticas son a linguaxe da tecnoloxía. Úsanse para formular, interpretar e resolver problemas en campos tan diversos coma a enxeñería, a economía, as comunicacións, a sismoloxía ou a ecoloxía.

Son o fundamento da revolución dos computadores. Proporcionánnos poderosas técnicas teóricas e computacionais para avanzar no coñecemento do mundo moderno, dos problemas da sociedade, para desenrolar e xestionar as industrias tecnolóxicas que son o esqueleto da nosa economía”.

E continuaba:

“As Matemáticas son unha disciplina viva. Algúns temas tradicionais da matemática pura teñen sido estudados durante centos de anos. Outros temas, en cambio, desenroláronse a partir do estudo de problemas industriais dende só hai unhas décadas, e forman un corpo de coñecementos de Matemática aplicada estreitamente vencellado á comprensión de problemas prácticos y fenómenos básicos”.

“Hai unha sinerxia moi notable entre estes dous campos de estudio aparentemente dispares, e na natureza abstracta das Matemáticas apóianse importantes aplicacións nun número de áreas sempre crecente. Moitos avances importantes en tecnoloxía aplican técnicas desenroladas nunha rama das Matemáticas a problemas doutra rama.”

“Estas aplicacións raramente consisten en simplemente estudar problemas matemáticos claramente definidos, ben prantexados, senon que unha grande parte do

traballo consiste en definir e fixar problemas técnicos que moitas veces nen sequera son identificados como problemas matemáticos polos responsabeis do proceso industrial ou do traballo de enxeñería". (Leon H. Seitzman)

O impacto interdisciplinario das Matemáticas é substancial, e moitas veces inesperado.

Temos exemplos na aplicación da teoría do caos ós *modelos económicos*; da xeometría integral e a transformada de Radon nas *técnicas de reconstrucción de imaxes*, tanto en medicina coma en sismoloxía; sen curvas fractais non teríamos *efectos especiais* nas películas de cine; aplícase a teoría de grupos e de grupos de Lie na *Física de partículas*.

Os avances recentes en *teoría de códigos e en criptografía* aplícanse na investigación en *enxeñería xenética*, na tecnoloxía dos *compact-discs*, na seguridade das *redes de comunicacións* e nos teléfonos móbiles.

As matemáticas proporcionannos modelos tanto para estimar censos como para prever o comportamento da Bolsa, para lanzar un satélite ou para facer estudos epidemiolóxicos.

Epílogo

E xa remato.

Hai unha frase célebre do poeta portugués Fernando Pessoa, que a mín góstame repetir con certa frecuencia:

"O binomio de Newton é tan fermoso coma a Venus de Milo, só que hai menos xente que poda comprendelo".

Tiña razón Pessoa: dende hai tres mil anos moitos seguimos fascinados pola misteriosa beleza das Matemáticas.

Pero se o pensades ben, a Venus de Milo non ten mans; está espida, e soa, na sala dun Museo; é unha bela dama, fría e morta, admirada por todos, pero en lembranza dun pasado lonxano.

Eu prefiro imaxinar á Matemática coma unha nena nova; unha nena sempre esperta, atenta a todo; sempre disposta a axudar e sempre disposta a aprender; *unha nena máxica, e imprevisible, que convirte en Ciencia cada cousa que toca*; que non morrerá nunca, mentras haxa alguén que pense neste vello planeta; unha nena que alimentades vós, co voso traballo e as vosas ideas; que nace cada día das mans de todos vós, ensinantes da Ciencia.

Moitas gracias.