GUIA DOCENTE

TEORÍA GLOBAL DE SUPERFICIES

Materia: Teoría Global de Superficies
Código: 091314
Tipo de materia: Troncal
Titulación: Licenciatura en Matemáticas
Curso: Terceiro
Cuadrimestre: Segundo
Número de créditos: 4.5T/3P

- teóricos: 4.5
- prácticos: 3

Prerrequisitos

- Esenciais: ningún
- Aconséllase ter cursadas previamente as seguintes materias:
  - Álxebra Linear e Multilinear
  - Topoloxía dos Espazos Euclidianos
  - Diferenciación de Funcións de Varias Variables Reais
  - Integración de Funcións de Varias Variables Reais
  - Introdución ás Ecuacións Diferenciais Ordinarias
  - Curvas e Superficies

Lingua: Galego
Titorías (hora e lugar)

- programadas: consultar horario que aparecerá publicado no curso virtual.
- virtuais: e-aula da USC.
- convencionais: Nivel 4 do Departamento de Xeometría e Topoloxía.
- cos monitores de clases prácticas: a concertar.

Profesora: María Elena Vázquez Abal.

Sentido da materia no perfil da titulación.

Bloque formativo

Pódese dicir que que pertence a dous bloques formativos: Unha parte dos seus contidos estarían encadrados nun bloque transversal formado polas materias chamadas básicas de carácter formativo e instrumental para un bo número doutras materias; por outra banda, a súa parte máis abstracta encádrase dentro do bloque de Xeometría Diferencial.

Papel da materia no bloque formativo:

Tanto nun coma no outro bloque, é continuación da materia *Curvas e Superficies*, e por dicilo así, completa unha iniciación ás tecnicas da xeometría diferencial, polo que resulta especialmente importante unha boa asimilación e aproveitamento.

Interese da materia:

A xeometría diferencial é a rama das matemáticas que estuda obxectos xeométricos utilizando métodos da análise matemática. As primeiras figuras estudadas pola xeometría diferencial foron as curvas e superficies no espazo euclidiano.
A xeometría diferencial xurdeu e desenvolveuse estreitamente ligada á análise que, a súa vez, orixinouse a partir de problemas xeométricos. Por exemplo, o concepto de tanxente (xeometría) precedeu ó de derivada que á súa vez deu a ferramenta para reatopar a tanxente en xeometría diferencial.

Hai obxectos da xeometría diferencial que xa foron definidos e estudados polos gregos pero o nacemento da xeometría diferencial acostúmase a datar na primeira metade do século XVIII cos traballos dos Bernouilli, L. Euler e G. Monge. O primeiro tratado de teoría de superficies é o traballo de Monge "Aplicación da Análise á Xeometría" de 1795.
A obra de Gauss "Disquisitiones generales circa superficies curvas" sentou as bases da teoría de superficies na súa forma actual, e o curso que presentamos é en moitos puntos unha lectura actual deste traballo. Do material do artígo de Gauss dise que é o miolo da xeometría diferencial.

A aparición das xeometrías non euclídianas (Bolyai-Lovachevski-Gauss) e a conferencia de 1853 de B. Riemann: "Sobre as hipótesis nas que se funda a Xeometría", deron orixe á xeometría riemanniana que abríu novos espazos xeométricos e por ende novas xeometrías. Máis adiante a xeometría riemanniana servíu de soporte matemático á relatividade xeral de A. Einstein en 1915. Actualmente a xeometría diferencial ten un desenvolvemento moi extenso e aplicacións súas aparecen en moitas ramas da física e outras ciencias.

O material dun curso de xeometría diferencial de curvas e superficies é considerado universalmente como parte esencial dos coñecementos básicos que debe poseer un matemático. Así foi recoñecido unha e outra vez en cada un dos estudos de troncalidade que se fixeron e máis recentemente polo grupo de traballo encargado da armonización dos estudos de matemáticas, como consecuencia da sinatura da Declaración de Boloña en 1999.

En calquera caso pensamos que é convinte dar ó alumnado as razóns polas que se estuda un material anque, coma neste caso, sexan unánimes as opinións dos expertos sobre a súa importancia. A continuación expoño as que, na miña opinión, son as máis importantes, más alá de que este curso estea dentro do plan de estudos vixente na USC.

1. As curvas e superficies son obxectos que aparecen en matemáticas e nas súas aplicacións en moitos contextos diferentes e polo tanto o estudo das súas propiedades xeométricas é central. Neste curso danse solucións completas a problemas que se poden considerar clásicos. O teorema de Gauss sobre os triángulos xeodésicos da luz á idea da existencia de xeometrías onde o V postulado de Euclides non se verifica, é dicir, mostra o advenemento das xeometrías non euclídeas e a resolución do problema da consistencia de tales xeometrías.

2. Este curso é esencial para quenes sigan tanto estudos de matemáticas puras como de física teórica. Aparecen as oríxes das problemáticas e técnicas da xeometría diferencial superior e da xeometría riemanniana que xogan un papel central na cosmoloxía, na mecánica e prácticamente en toda a física moderna. Máis recentemente temos que sinalar as aplicacións da xeometría diferencial de curvas e superficies ó deseño asistido por ordenador.

3. É un importante paradigma da unidade das matemáticas. Nace como a unión entre a xeometría e a análisise matemática. No desenvolvemento do curso utilízanse técnicas de álxebra linear, ecuacións diferenciais, topoloxía xeral e o colofón do curso é o teorema de Gauss-Bonnet global que establece unha relación profunda entre a curvatura (estructura analítica) e o tipo topolóxico global dunha superficie.

A materia noutras universidades:

Prácticamente tódaas universidades inclúen nos seus plans de estudo da licenciatura en matemáticas un curso de xeometría diferencial de curvas e superficies. A configuración desta materia, na USC divídese en dous cuadrimestres, un primeiro denominado Curvas e Superficies e no segundo o curso que trata esta guia, Tería Global de Superficies.
A diferencia con outras universidades está naa presencia de actividades discentes non presenciais (moito antes da popularización do EEES) como pode ser o curso virtual de apoio a docencia.

Obxectivos e competencias.

O obxectivo último da titulación de matemáticas é formar individuos que se caracterizan pola súa versatilidade, a súa capacidade para analizar os problemas e distinguir entre o esencial e o circunstancial, de servirse da linguaxe matemática para atopar modelos que expliquen os fenómenos e artellar e desenvolver mecanismos que lles permitan dar coa solución máis idónea en cada caso.

Nesta materia do segundo cuadrimestre do terceiro curso, naturalmente non se pretende alcanzar todas estas metas, pero si reforzar o que consideramos que son cualidades desexables no alumnado de matemáticas, que podiamos resumir dicindo que son estudiantes con afición a resolver problemas e que se preguntan o porqué das cousas, ademais do para que.

Para teren éxito, deben axuntar á curiosidade intelectual e ó espíritu crítico, que se espera de toda persoa universitaria, a capacidade de razoamento lóxico, o gusto pola precisión e polo detalle, a intuición, a creatividade e a capacidade de expresión oral e escrita. Tratar con números e fórmuas non debe levar ó noso alumnado a pensar que poden descuidar a súa capacidade de expresión oral e escrita, como, senón, poderán ser precisos?

Pola súa ubicación no plano de estudos e polo encargo específico feito pola comisión que o redactou, esta materia, que complementa a materia de Curvas e Superficies, é en boa medida a antesala do que vai ser na titulación o estudo da xeometría diferencial. Por iso, sen menoscabo de cumplir os obxectivose traballar as competencias propias da xeometría diferencial, deben ocupar un papel importante as competencias transversais, a modo de iniciación. Polo tanto débense poñer en valor as seguintes:

Xerais (transversais)

A. Científicas

análise e síntese

- recoñecer obxectos matemáticos novos e relacionalos con outros coñecidos e deducir propiedades
- conxecturar e imaxinar estratexias para confirmar ou refutar estas conxecturas
- buscar argumentos alternativos no momento de probar unha proposición matemática

diseño de experimentos e validación

- recoñecer obxectos matemáticos novos e relacionalos con outros coñecidos e deducir propiedades
- distinguir nun problema que é substancial e que puramente ocasional ou circunstancial
- buscar argumentos alternativos no momento de probar unga proposición matemática

modelizar situacións da realidade e expresaas en linguaxe matemática

B. Sistémicas

Establecer relacións históricas e transversais entre o coñecemento matemático

- identificar a presencia de determinados conceptos matemáticos noutras ciencias ou campos de coñecemento

C. Comunicación

comunicación escrita (expresión e comprensión)

- expresar calquera resultado dende o punto de vista formal
- capacidade para transmitir ideas efectivamente de forma escrita. elaborar informes claros sobre os resultados obtidos

comunicación oral (expresión e comunicación)

- expresar calquera resultado dende o punto de vista formal
- expoñer oralmente traballos e problemas

D. Tecnolóxicas

apreciar a conveniencia da utilización de software científico

E. Autoaprendizaxe

capacidade de aprendizaxe autónoma e continua

- capacidade para estudiar de varias fontes, identificando cando a información recibida non é abondo e buscando información complementaria.
- capacidade para establecer prioridades entre varias tarefas, para planificar o tempo e para elaborar e organizar o propio material de traballo
- desenvolver a autonomía da aprendizaxe
- mostrar preocupación pola calidade

F. Interpersoais

traballo en equipo

- refutar ou validar razoadamente argumentos dos demais

Específicas

Os obxectivos que se desexan acadar co estudo desta materia de Teoría Global de Superficies podemos dicir que son de dous tipos:

Por unha parte está o desenvolvemento de capacidades necesarias para un bo matemático, principalmente a capacidade de abstracción e o uso correcto da linguaxe e do método científico cando se aborda un problema, que resultan básicos para formular teorías e modeliza-los problemas que se quere resolver. En definitiva, inténtase buscar e potenciar as capacidades lóxico-deductivas a través do estudo de temas propios da xeometría diferencial.

Ademais, e non necesariamente en segundo lugar, preténdese desenvolve-la habilidade no manexo dunha ferramenta utilísima para outras materias e que está presente en moitos dos problemas que xurden en aplicacións doutras ciencias así coma nos novos productos da tecnoloxía.

As características da xeometría diferencial o seu grao de estructuración, a rigurosidade da linguaxe matemática tanto desde un punto de vista semántico como sintáctico, fan desta materia un marco de referencia e de proxección cara outras facetas que contribúen ó desenvolvemento integral do alumnado

O que se busca co estudo da xeometría diferencial é proporcionar de forma gradual e progresiva uns modelos matemáticos que sirvan para o desenvolvemento e resolución doutros problemas.

O obxectivo xeral da asignatura é poñer ó alcance do alumnado aspectos básicos da linguaxe matemática, o cálculo diferencial e integral, a xeometría, a alxebra linear, a resolución de ecuacións. diferenciais para rematar cunha breve relación coa topoloxía de superficies..

A. Cognitivas (saber)

- Entender o concepto e a necesidade das demostracións.

- Coñecer diferentes técnicas de demostración, como por exemplo técnicas propias da xeometría diferencial e integración sobre curvas e superficies. Uso dos conceptos de gradiente, diverxencia e rotacional. Resolver integrais de liña e de superficie. Uso dos teoremas de Green, Stokes e Gauss-Ostrodadski.
- Coñecer as propiedades das superficies sinxelas: plano, esfera, cono, hiperboloide, superficies de revolución, superficies regradas, …, así como alcanzar unha visión espacial que proporcione intuicións útiles para a resolución de diferentes problemas no espacio euclidiano. Coñecer as xeodésicas de superficies elementais
- Estudo dos campos de vectores nun aberto do espazo euclidiano e dos campos de vectores tanxentes e normais a unha superficie. Orientación de curvas e superficies. Estudo dos conceptos de integral de liña e integral de superficie. Campos de vectores paralelos. Transporte paralelo dun vector ao longo dunha curva. Xeodésicas. Curvatura xeodésica. Cálculo do transporte paralelo en curvas sinxelas
- Coñecer as ideas básicas da xeometría diferencial local e global de curvas e superficies: xeodésicas, transporte paralelo, propiedades topolóxiacas, rixidez de certas superficies, ….
- Estudo das propiedades e teoremas máis destacados da xeometría diferencial global de superficies, incluíndo orientabilidade, o teorema de Gauss-Bonnet e o teorema da rixidez da esfera.
- Coñecer as ideas básicas da aplicación exponencial como sistema de coordenadas locais e a súas utilidades.

B. Procedementais (saber facer)

- Capacidade para entender problemas: ante o enunciado dun problema, distinguir os datos (ou os elementos de partida), as incógnitas (ou o que se pide) e as hipóteses e leis aplicables.
- Saber facer demostracións sinxelas. Saber cómo se demostra a falsedade dunha proposición.
- Uso do teorema de Gauss-Bonnet para o cálculo dalgunhas integrais sobre rexións dunha superficie.
- Cálculo diferencial utilizando coordenadas locais e teoremas globais: integrais de liña e superficie, curvatura xeodésica, transporte paralelo e curvatura integral.
- Coñecemento dos principais métodos de obtención da curvatura xeodésica.
- Saber distinguir os diferentes tipos de aplicacións entre superficies.
- Saber traballar con campos de vectores sobre o espacio euclidiano, sobre curvas e sobre superficies, utilizando os coneptos de diverxencia, rotacional e gradiente.
- Saber utilizar os teoremas clásicos da integración sobre camiños, superficies e volúmenes (teoremas de Green, Stokes e Gauss-Ostrodadski).
- Saber resolver problemas de construcción xeométrica.

C. Actitudinais (ser)

- Capacidade para aplicar as técnicas e a linguaxe para construir demostracións lóxico-matemáticas.
- Capacidade para transformar enunciados informais en enunciados formais, e ó revés.
- Capacidade para entender problemas: ante o enunciado dun problema, distinguir os datos (ou os elementos de partida), as incógnitas (ou o que se pide) e as hipóteses e leis aplicables.
- Capacidade de abstracción.
- Capacidade para enfrontarse a problemas novos recurrindo conscientemente a estratexias que foron útiles en problemas resoltos anteriormente.
- Capacidade para actuar autónomamente: Saber traballar de forma independiente, recibindo só a información indispensable e unhas guías mínimas.
- Capacidade para estudiar de varias fontes, identificando cando a información recibida non é abondo e buscando información complementaria.
- Capacidade para presentar por escrito, de forma clara e correcta, os resultados do propio traballo (a nivel de documentar unha entrega dun traballo).
- Capacidade para transmitir ideas efectivamente de forma escrita e oral.

Metodoloxía e carga ECTS

Do proceso de ensinanza da aprendizaxe depende en boa parte que se logren os obxectivos que conduzan a unha formación integral do estudiantado. Polo tanto o proceso de ensinanza aprendizaxe orientado polo modelo adoptado propicia no educando, o desenvolvemento dunha aprendizaxe significativa concentrada no discente e na que se poñan en práctica os seguintes principios:

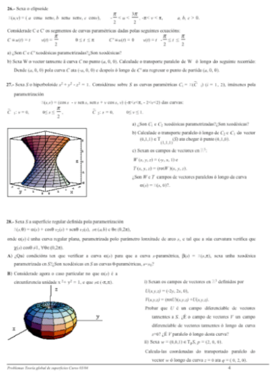
a) Unha relación profesora-alumnado horizontal, o primeiro como facilitador o segundo como suxeito activo da aprendizaxe.
b) O diálogo de saberes é o fundamental nun proceso comunicativo onde haxa coherencia entre o que se pensa, o que se di e o que se entende.
c) Posibilitar o desenvolvemento da creatividade.
d) Aprender a aprender será o que mova ó/á estudante a estar en contacto co coñecemento, pero tamén coa realidade..
e) Potenciar a autoaprendizaxe e a comprensión da materia por parte dos/as estudantes.
f) Promover un alto nivel de participación nas clases e de interacción estudante/profesora.
g) Acadar un grao satisfactorio de familiaridade con algúns dos libros incluídos nas referencias bibliográficas do programa.
h) Tomar conciencia, a través de exemplos concretos, da importancia da materia a tratar en si mesma e tamén en relación a outras materias do plano de estudos e incluso doutras ciencias.
i) Acadar un mínimo de participación no curso virtual de autoevaluación.

Clases de pizarra de teoría e prácticas

- Nelas presentaranse os coñecementois básicos da Teoría Global de Superficies que son necesarios na Licenciatura.
- Facilitarase o acceso do alumnado a estes coñecementos mantendo un axeitado equilibrio conceptual/práctico con indicacións precisas sobre que material usar para entender ou no seu caso ampliar o exposto na clase
- Ensinar a rutinizar é importante, pero entendemos que a soa mecánica non é abondo: un uso eficiente dos instrumentos require a comprensión do entramado conceptual que os soporta.
- Con frecuencia o alumnado necesitará consultar os libros de texto ou completar os comentarios feitos nas clases, polo que estimamos que deberá contar con outro tanto tempo para cada unha delas.
- Nas clases teóricas e prácticas de pizarra promoverase a participación do/a estudante facilitando resumes dos contidos da clase que, ademáis, aparecerán no curso virtual. Premeditadamente, eses resumes non conterán toda a información que se pretende que os/as estudantes teñan que aprender (por exemplo, non figura neles case ningunha demostración). Trátase con elo de non perder a atención dos/as estudantes durante as explicacións. Por outra banda, nos esquemas intercálanse abundantes preguntas que servirán para propiciar o

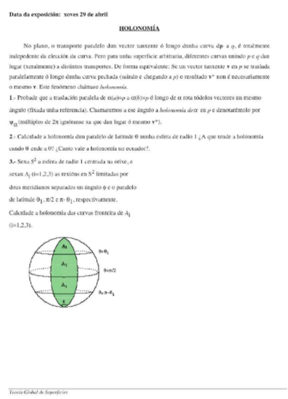
debate antes da súa completa resolución pola parte da profesora o por parte dos/as propios/as estudantes, se é o caso.

- Os/as estudantes disporán de boletíns de problemas. Trátase dun compendio de problemas interesantes extraidos da bibliografía ou plantexados por outros profesores do departamento cando impartiron esta mesma materia. Neses boletíns están incluídos moitos problemas de exames de anos anteriores cuxa resolución exporas nas clases co máximo detalle posible.



Seminarios

- Aproveitando a división dos grupos faremos unhas aproximacións á materia máis dinámicas e participativas.
- Trataremos cuestión vinculadas coa aplicación da materia noutras áreas de dentro e fóra da matemática.
- Formularemos, analizaremos e resolveremos individual e colectivamente problemas vinculados á xeometría diferencial de curvas e superficies e ás súas aplicacións.
- Nas clases seminario plantexaranse cuestións e problemas para que os/as estudantes lles dean resposta na propia clase ou en clases posteriores. Faránse grupos de 3 ou 4 persoas, e platearánse traballos a estes grupos que terán que ser expostos e evauados na aula, tanto pola



Data da exposición: xoves 29 de abril

HOLONOMÍA

No plano, o transporte paralelo dun vector tanxente ó longo dunha curva de p a q, é totalmente indepedente da elección da curva. Pero para unha superficie arbitraria, diferentes curvas unindo p e q dan lugar (xeralmente) a distintos transportes. De forma equivalente: Se un vector tanxente **v** en p se traslada paralelamente ó longo dunha curva pechada (saindo e chegando a p) o resultado **v*** non é necesariamente o mesmo **v**. Este fenómeno chámase *holonomía*.

1.- Probade que a traslación paralela de $\alpha(a)=p$ a $\alpha(b)=p$ ó longo de α rota tódolos vectores un mesmo ángulo (fixada unha referencia). Chamaremos a ese ángulo a *holonomía de* α en p e denotarémolo por ψ_α (múltiplos de 2π ignóranse xa que dan lugar ó mesmo **v***).

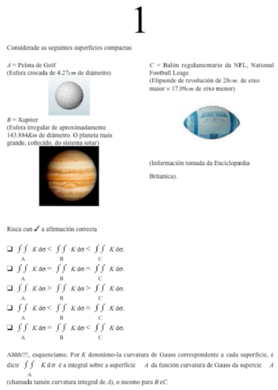
2.- Calculade a holonomía dun paralelo de latitude θ nunha esfera de radio 1 ¿A que tende a holonomía cando θ ende a 0? ¿Canto vale a holonomía no ecuador?.

3.- Sexa S^2 a esfera de radio 1 centrada na orixe, e sexan A_i (i=1,2,3) as rexións en S^2 limitadas por dous meridianos separados un ángulo ϕ e o paralelo de latitude θ_1, $\pi/2$ e $\pi-\theta_1$, respectivamente. Calculade a holonomia das curvas fronteira de A_i (i=1,2,3).

Teoría Global de Superficies

profesora como polos outros compañeiros.

- 2 concursos competitivos entre os grupos na aula. Resposta de 10/14 cuestións de opción múltiple con tempo limitado. Importancia da “forma”



1

Considerade as seguintes superficies compactas

A = Pelota de Golf
(Esfera crocada de 4.27cm de diámetro)

B = Xupiter
(Esfera irregular de aproximadamente 143.884Km de diámetro. O planeta mais grande, coñecido, do sistema solar)

C = Balón regulamentario da NFL, National Football Leage
(Elipsoide de revolución de 28cm. de eixo maior × 17.09cm de eixo menor)

(Información tomada da Enciclopædia Britanica).

Risca cun ✓ a afirmación correcta

- ❑ $\iint_A K\,d\sigma < \iint_B K\,d\sigma < \iint_C K\,d\sigma.$
- ❑ $\iint_A K\,d\sigma = \iint_B K\,d\sigma = \iint_C K\,d\sigma.$
- ❑ $\iint_A K\,d\sigma > \iint_B K\,d\sigma > \iint_C K\,d\sigma.$
- ❑ $\iint_A K\,d\sigma < \iint_B K\,d\sigma = \iint_C K\,d\sigma.$
- ❑ $\iint_A K\,d\sigma = \iint_B K\,d\sigma < \iint_C K\,d\sigma.$

Ahhh!!!, esquenciame. Por K denotámo-la curvatura de Gauss correspondente a cada superficie, é dicir $\iint_A K\,d\sigma$ é a integral sobre a superficie A da función curvatura de Gauss da supercie A (chamada tamén curvatura integral de A), o mesmo para B e C.

Curso virtual

- A e-aula será un lugar común de encontros frecuentes.
- Materiais de apoio e de práctica: mini cursos de consolidación, ferramentas e material para auto avaliación.
- Proxectos de estudio para seren traballados en grupos, cos correspondentes foros privados de discusión.
- Farase uso da axenda para fixar actividades, e dos foros de debate para incentivar a aprendizaxe colectiva. Nas auas de informática do centro os/as estudantes tomarán contacto con programas informáticos en relación á resolución de problemas propios da materia.
- Unha vez ao mes empregaremos as horas de titoría programada para realizar unha "titoría activa". Citaremos ós/ás estudantes para ter unha xuntanza na que se repasarán os contidos impartidos ata ese momento e se resolverán as dúbidas detectadas nos exercicios entregados e as que xordan na reunión.

Tendo isto presente, o tempo que as actividades presenciais e non presenciais xenerarán no alumnado representan unha carga de horas repartidas así:

Horas presenciais:

45 horas teóricas

15 horas de problemas

15 horas de seminarios

Horas non presenciais:

80 horas relacionadas coa docencia presencial (6 á semana: 4 horas de teoría, 1 de problemas e 1 de seminarios)

20 horas para preparar traballos

20 horas de preparación do exame final

Horas de avaliación:

5 horas exame final

Total volume de traballo: 200 horas, que representan 8 créditos ECTS.

Sobre a avaliación.

Descrición
Haberá un dobre método de avaliación: a avaliación puntual, mediante unha proba final escrita, o exame, fixado no calendario da Facultade; e a avaliación continuada, realizada ao longo do curso, baseada principalmente na participación de cada estudante na aula.

Nas clases seminario plantexaranse cuestións e problemas para que os/as estudantes lles dean resposta na propia clase ou en clases posteriores. Faránse grupos de 3 ou 4 persoas, e plateаránse traballos a estes grupos que terán que ser expostos e evauados na aula, tanto pola profesora como polos outros compañeiros. Estos traballos valoraránse pola súa exposición e polo seu contido matemático. Tódolos/as estudantes farán 2 traballos individuais ó longo do curso, onde entregarán resoltos problemas similares ós do examen final. Nas titorias programadas se resolverán as dudas e lagoas detectadas na corrección destes traballos.

Ao remate do cuadrimestre a media desas notas será sumada directamente á nota do exame final, obviamente truncando o resultado da suma a 10 se fose preciso.
O exame terá unha parte de teoría (ente un 25 e un 40% do total da proba), que pode abarcar definición de conceptos, enunciado de resultados ou proba total ou parcial deles. O resto consistirá na resolución de exercicios, que serán análogos aos propostos ao longo do curso.

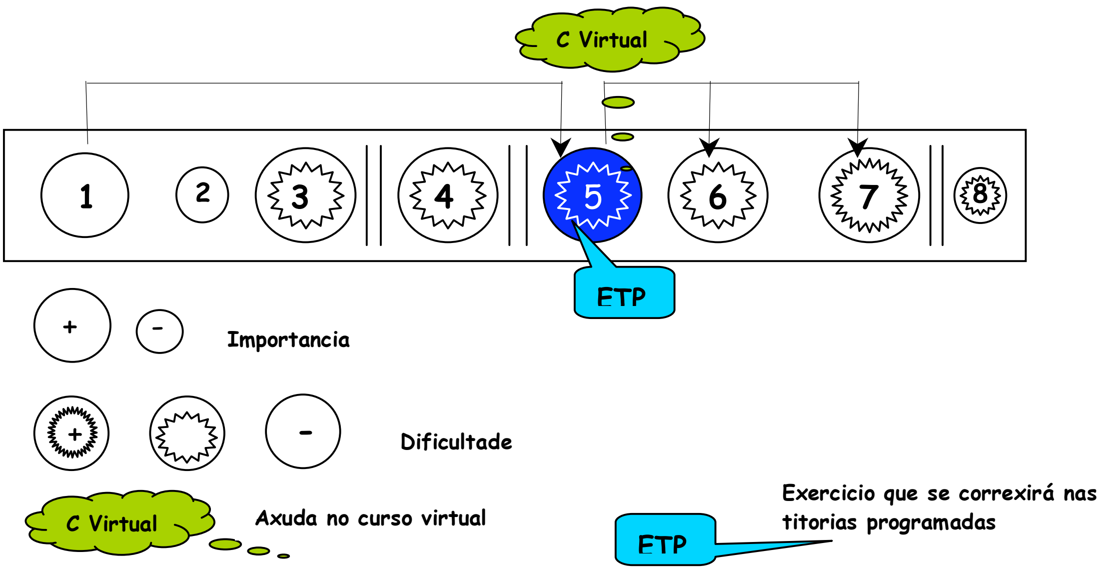
Aspecto	Criterios	Instrumentos
Traballo continuado	• Participación activa nas clases • Participación activa nos seminarios. • Aportacións.	• Observacións e notas do profesor. • Informes dos monitores. • Resolución de problemas en seminarios. • Titorías programadas.
Conceptos da materia	• Dominio dos conceptos teóricos e operativos da materia. • Precisión e corrección no uso da linguaxe matemática.	• 2 entregas de exercicios. • Exame final.
Non presencial (curso virtual)	• Aportacións á aprendizaxe colectiva. • Realización de actividades. • Seguemento da materia.	• Seguemento na aula virtual. • Participación nas titorias programadas.
Traballo en grupo	• Aportacións ó grupo. • Aspectos Básicos. • Resolución dos exercicios. • Achegas de relevancia. • Estructura, claridade, precisión, ortografía, etc. • Comunicación oral.	• Memoria do traballo. • Defensa oral. • Adaptación da presentación oral á comprensión do resto do alumnado.

Recomendacións cara a avaliación

Debido ó carácter básico e formativo desta materia é de capital importancia que se adquira canto ante o hábito de traballar en profundidaded o material proporcionado nas clases. Anque os epígrafes dos contido poidan semmellar familiares, o certo é que son meras excusas para proporcionar exemplos sobre os

que practicar moitas das destrezas proclamadas na introducción das competencias a desenvolver.
A participación nas clases e seminarios mailo traballo individual de consolidación dende o comezo do curso son esenciais para a superación da materia.

Contidos da materia



A figura superior representa a modo de círculos os 8 temas en que está dividido o programa da materia. Estes temas están, á súa vez, agrupados en 4 capítulos ou unidades didácticas, representadas na figura poas barras separadoras.

O tamaño dos destacan os temas máis importantes dentro de cada capítulo, e coa circunferencia estrelada sinalaremos a dificultade do contido, usando o o sombreado azul para indicar o tema que esteamos a tratar en cada instante. Poderán utilizarse outras sinalizacións que especificaremos no momento oportuno.

Cando a vinculación do tema tratado con outros sexa particularmente importante usaremos frechas para conectalos. Deste xeito, dunha ollada podémonos facer unha idea rápida e crara da situación.

Por exemplo, no cadro anterior estaríamos a falar do tema número 5 (o primeiro da terceira unidade didáctica), este tema sería particularmente relevante para os temas 6 e 7 e utiliza conceptos introducidos no tema 1. Nesta unidade non habería ningún tema particularmente máis interesante cos demais, mentres que na primeira unidade didáctica, os temas números 1 e 3 si serían mais importantes no contexto que o 2. O tema 7 sería mais difícil de asimilar que o resto da unidade 3, sendo os outros dous dunha dificultade similar. Na unidade 1, os temas 1 e 2 resultan mais simples que o resto dos contidos, así como os temas 7 e 8 (que non é considerado moi importante) son os de maior dificultade de comprensión e asimilación. Neste tema haberá que facer e entregar un exercicio que se correxirá nas titorias persoalizadas e no curso virtual pódese atopar axuda para a comprensión deste tema e dos seus exercicios.

As unidades didácticas nas que están organizados os contidos son:

Tema1 Campos de vectores.

Tema 2 Orientabilidade.

Tema 3 Integración en Superficies.

Tema 4 Superficies compactas en R^3. A rixidez da esfera.

Tema 5 Transporte paralelo e xeodésicas.

Tema 6 Teorema de Gauss Bonnet.

Tema 7 A aplicación exponencial.

Tema 8 Complementos.

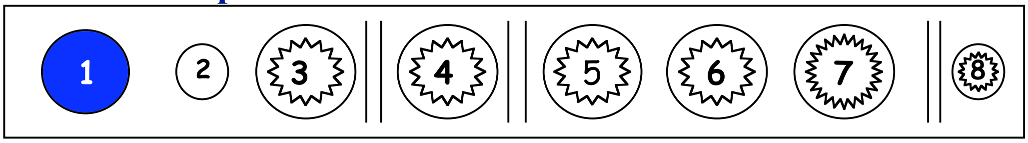
Bibliografía básica e complementaria

APOSTOL, T.M. Calculus, vol. 2. Blaisdell Pub. Company, 1967. (versión castelán, Edit.Reverté, 1973).
DO CARMO, M.P.(*) Differential Geometry of curves and surfaces. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1976. (versión castelán, Alianza Editorial, 1990).
FEDENKO, A. Problemas de xeometría diferencial. Mir. Moscú 1981.
GRAY, A. Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with Mathematica. CRC Press, 1998.
GÖETZ, A. Differential Geometry, Addison-Wesley, 1970.
KLINGENBERG, W. A Course in Differential Geometry. Springer-Verlag, GTM 51, 1978. (versión en castelán, Edit. Alhambra, 1973).
LEHMAN, D. e SACRÉ, C. Géométrie et Topologie des Surfaces . Presses Universitaires de France, Paris, 1982.
LIPSCHUTZ, L.M. Xeometría diferencial. Mac Graw Hill, Serie Schaum. México 1971.
MARSDEN, J.E. e TROMBA, A.J. Cálculo vectorial, 5ª edición. Addison Wesley Iberoamericana, Madrid 2004.
MONTIEL, S. e ROS, A. Curvas e superficies . Proyecto Sur de Ediciones, Granada, 1997
O'NEILL, B. Elementary Differential Geometry. Second Edition Academic Press, 1997. (versión castelán, Limusa-Wiley, 1972).
VENTURA ARAÚJO, P. G Diferencial. IMPA, Rio de Janeiro, 1998.
O libro máis utilizado no curso aparece marcado cun (*) na Bibliografía.

Nin o número de temas nin a énfase posta na súa comprensión son os mesmos para cada capítulo. Isto refréxase na cantidade de semanas reservada para cada un deles.

Faremos de seguido un breve percorrido polos distintos temas para sinalar o porqué da súa inclusión e que se pretende con eles.

Tema 1. Campos de vectores



Contidos:

- Campos de vectores nun aberto do espazo euclidiano.
- Gradiente, diverxencia e rotacional.
- Campos de vectores ao longo dunha curva.
- Integrais de liña.
- Campos de vectores tanxentes a unha superficie regular.

Competencias:

- Manexar os campos de vectores nun aberto do espazo euclidiano e dos campos de vectores tanxentes a unha superficie.
- Estudo dos conceptos de integral de liña e integral de superficie. Coñecer diferentes técnicas de demostración, como por exemplo técnicas propias da xeometría diferencial e integración sobre curvas.
- Saber traballar con campos de vectores sobre o espacio euclidiano, sobre curvas e sobre supercies, utilizando os coneptos de diverxencia, rotacional e gradiente.
- Resolver integrais de liña.

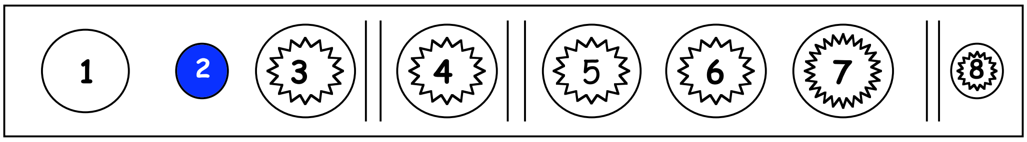
Bibliografía básica e complementaria

MARSDEN, J.E. e TROMBA, A.J. Cálculo vectorial, 5ª edición. Addison Wesley Iberoamericana, Madrid 2004.

Bibliografía complementaria

APOSTOL, T.M. Calculus, vol. 2. Blaisdell Pub. Company, 1967. (versión castelán, Edit.Reverté, 1973).

Tema 2. Orientabilidade



Contidos:

- Campos de vectores normais a unha superficie. Atas orientados.
- Caracterización da orientabilidade das superficies regulares mediante campos normais.

Competencias:

- Estudo dos campos de vectores tanxentes e normais a unha superficie. Orientación de curvas e superficies.

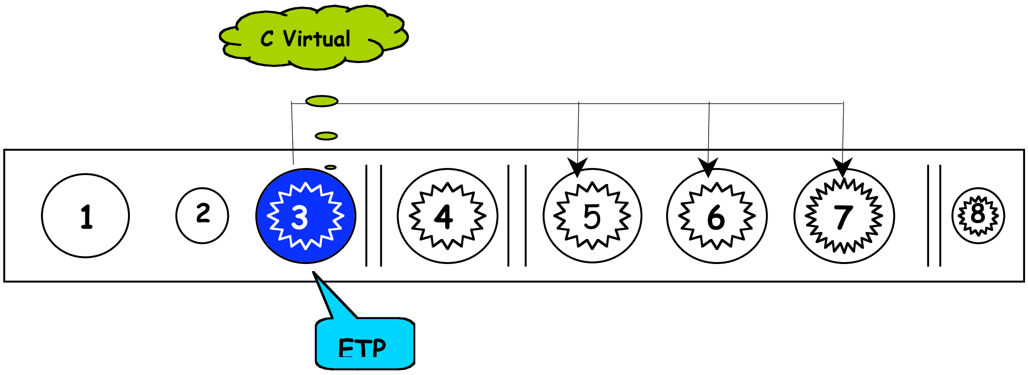
Bibliografía básica

DO CARMO, M.P. Differential Geometry of curves and surfaces. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1976. (versión castelán, Alianza Editorial, 1990).

Bibliografía complementaria

MARSDEN, J.E. e TROMBA, A.J. Cálculo vectorial, 5ª edición. Addison Wesley Iberoamericana, Madrid 2004.

Tema 3. Integración en Superficies



Contidos:

- Integración en superficies. Teoremas de Green, Stokes e Gauss-Ostrogradski.

Competencias:

- Estudo dos conceptos de integral de superficie. Resolver integrais de liña e de superficie.
- Saber utilizar os teoremas clásicos da integración sobre camiños, superficies e volúmenes (teoremas de Green, Stokes e Gauss-Ostrodadski).

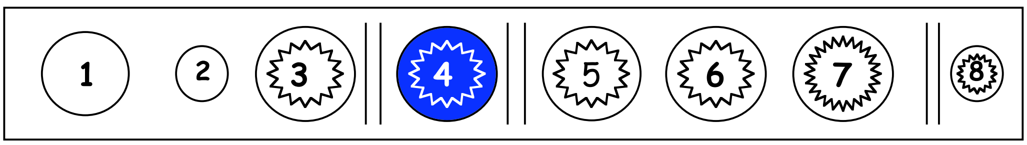
Bibliografía básica e complementaria

MARSDEN, J.E. e TROMBA, A.J. Cálculo vectorial, 5ª edición. Addison Wesley Iberoamericana, Madrid 2004.

Bibliografía complementaria

APOSTOL, T.M. Calculus, vol. 2. Blaisdell Pub. Company, 1967. (versión castelán, Edit.Reverté, 1973).

Tema 4. Superficies compactas en R^3. A rixidez da esfera



Contidos:

- Lema de Hilbert. Teorema de Liebmann. Rixidez da esfera

Competencias:

- Coñecer as ideas básicas da xeometría global de superficie. Entender o concepto de rixidez de certas superficies.
- Estudo das propiedades e teoremas máis destacados da xeometría diferencial global de superficies, incluíndo o teorema da rixidez da esfera.

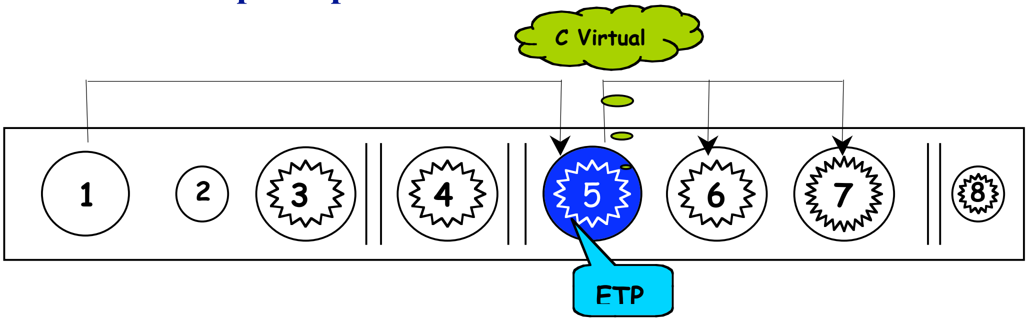
Bibliografía básica

DO CARMO, M.P. Differential Geometry of curves and surfaces. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1976. (versión castelán, Alianza Editorial, 1990).

Bibliografía complementaria

O'NEILL, B. Elementary Differential Geometry. Second Edition Academic Press, 1997. (versión castelán, Limusa-Wiley, 1972).

Tema 5. Transporte paralelo e xeodésicas



Contidos:

- Derivada covariante ao longo dunha curva sobre unha superficie.
- Campos de vectores paralelos.
- Transporte paralelo dun vector tanxente ao longo dunha curva.
- Xeodésicas.
- Curvatura xeodésica. Fórmula de Liouville

Competencias:

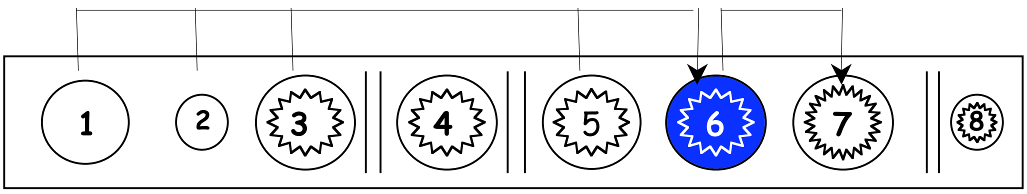
- Estudo dos campos de vectores paralelos. Transporte paralelo dun vector ao longo dunha curva. Xeodésicas. Curvatura xeodésica. Cálculo do transporte paralelo en curvas sinxelas.
- Coñecemento dos principais métodos de obtención da curvatura xeodésica.
- Coñecer as propiedades das superficies sinxelas: plano, esfera, cono, hiperboloide, superficies de revolución, superficies regradas, …, así como alcanzar unha visión espacial para a resolución de diferentes problemas no espacio euclidiano. Coñecer as xeodésicas de superficies elementais

Bibliografía básica

DO CARMO, M.P. Differential Geometry of curves and surfaces. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1976. (versión castelán, Alianza Editorial, 1990).

Bibliografía complementaria

O'NEILL, B. Elementary Differential Geometry. Second Edition Academic Press, 1997. (versión castelán, Limusa-Wiley, 1972).



Tema 6. Teorema de Gauss Bonnet.

Contidos:

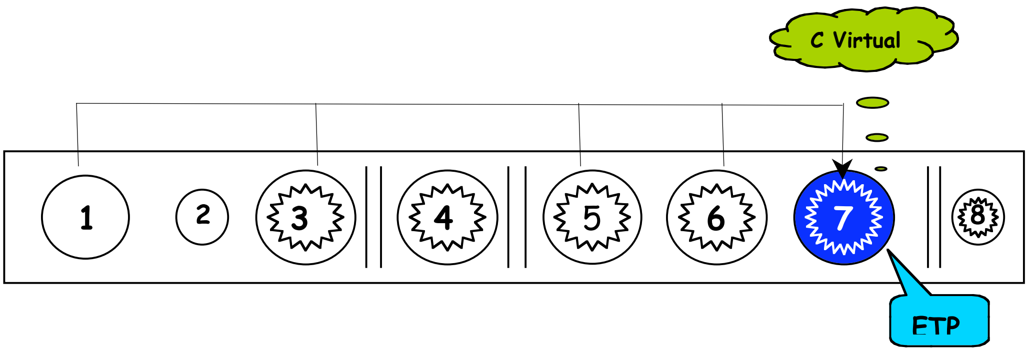
- Trianguacións e característica de Euler-Poincaré.
- Fórmula local de Gauss-Bonnet.
- Teorema global de Gauss-Bonnet. Aplicacións

Competencias:

- Cálculo diferencial utilizando coordenadas locais e teoremas globais: integrais

de liña e superficie, curvatura xeodésica, transporte paralelo e curvatura integral.
• Uso do teorema de Gauss-Bonnet para o cálculo dalgunhas integrais sobre rexións dunha superficie.

Bibliografía básica
DO CARMO, M.P. Differential Geometry of curves and surfaces. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1976. (versión castelán, Alianza Editorial, 1990).
Bibliografía complementaria
O'NEILL, B. Elementary Differential Geometry. Second Edition Academic Press, 1997. (versión castelán, Limusa-Wiley, 1972).



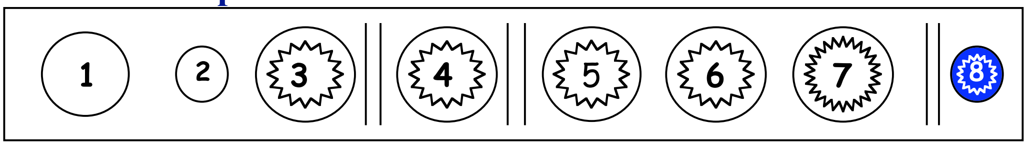
Tema 7. A aplicación exponencial
Contidos:

• Aplicación exponencial.
• Coordenadas normais e coordenadas poares xeodésicas. Lema de Gauss. Carácter minimizante local das xeodésicas.
• Estrutura métrica dunha superficie regular. Teorema de Hopf-Rinow

Competencias:
• Coñecer as ideas básicas da aplicación exponencial como sistema de coordenadas locais e a súas utilidades.
• Resolver problemas sinxelos de cálculo de exponencial de vectores en superficies elementais.

Bibliografía básica
DO CARMO, M.P. Differential Geometry of curves and surfaces. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1976. (versión castelán, Alianza Editorial, 1990).
Bibliografía complementaria
O'NEILL, B. Elementary Differential Geometry. Second Edition Academic Press, 1997. (versión castelán, Limusa-Wiley, 1972).

Tema 8. Complementos



Contidos:

- Superficies abstractas.
- Superficies regulares (ou embebidas) nun espazo euclidiano.
- Esbozo da xeometría riemanniana sobre unha superficie abstracta.
- Superficies completas

Competencias:

- Coñecemento básico destes conceptos a nivel de iniciación.

Bibliografía básica

DO CARMO, M.P. Differential Geometry of curves and surfaces. Prentice Hall. Englewood Cliffs, 1976. (versión castelán, Alianza Editorial, 1990).

Bibliografía complementaria

O'NEILL, B. Elementary Differential Geometry. Second Edition Academic Press, 1997. (versión castelán, Limusa-Wiley, 1972).