Enunciado — ***Setembro de 1998***

1. Sexa E un subconxunto conexo do espacio euclidiano $\mathbb{R}^p$. Demostra que a adherencia de E tamén é un conxunto conexo.

---

2. Estudia a continuidade da función $f\colon \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{1}{\|(x,y)\|} \cdot \|(x,y)\| & \text{se} \quad (x,y)\| \geq 1 \\ & \\ (x,-y) & \text{se} \quad (x,y)\| < 1 \end{cases}$$

---

3. Demostra que todo subespacio fechado dun espacio métrico completo é completo.

   Demostra que todo subespacio completo dun espacio métrico é fechado.

As preguntas 3 e 4 están fora de programa

---

4. Copnsidera o espacio de funcións reais continuas con dominio o intervalo unidade $\mathcal{C}(I)$ coa norma do supremo. Sexa E o subconxunto de $\mathcal{C}(I)$ dado por

$$E = \{f \in \mathcal{C}(I) \mid f(0) = f(1)\}.$$

   Demostra que E é fechado en $\mathcal{C}(I)$. É completo?